電気数学Ⅱおよび演習　期末テスト　（2009.8.4）

E1：黒川　　E2: 西舘・岩井

解答にあたっては、途中の導出過程も示すこと。またグラフを描く場合は、横軸、縦軸と曲線の交わる点などの値を記入すること。以下において、$u(t)$ は単位階段関数、$\delta(t)$ はデルタ関数、rect($t$) は矩形関数である。問題の最後（裏面）にヒントがあるので、必要に応じて参考にしてよい。

［1］　次の問に答えよ。（12 点）

(1)　$f(t)=\sin^2 t$ の基本周期を求めよ。　(2)　$\sqrt{2}\exp\left(j\frac{3}{4}\pi\right)$ を直交形式に直せ。

(3)　$\frac{1}{\sqrt{3}+j}$ を指数関数形式に直せ。　(4)　複素表示を用いて $f(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(t)-\frac{d}{dt}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$ の計算をせよ。

(5)　デルタ関数の性質を利用して、$(t+1)\delta(-2t)$ を簡単にせよ。　(6)　$t\left[1-u(t)\right]$ をグラフに書け。

［2］　次の周期関数 $f(t)$ について以下の問に答えよ。（12 点）

$$f(t)=\frac{1}{2}t^2 \quad (-\pi<t<\pi) \quad ただし、\ f(t)=f(t+2n\pi) \quad n\text{: 整数}$$

(1)　$f(t)$ をグラフに書け。

(2)　三角フーリエ係数 $a_0$ を求めよ。

(3)　三角フーリエ係数 $a_n$ を求めよ。

(4)　三角フーリエ係数 $b_n$ を求めよ。

(5)　$f(t)$ を三角フーリエ級数で表せ。

［3］　次の関数の逆フーリエ変換を求めよ。なお、必要なら答えに $u(t)$ を用いること。（10 点）

(1)　$\frac{1}{2+j\omega}$　(2)　$\frac{1}{2-j\omega}$　(3)　$\frac{e^{-j\omega}}{2+j3\omega}$

(4)　$\frac{1}{3+j(\omega-2)}$　(5)　$\frac{1}{(1+j\omega)(2+j\omega)}$

［4］　次の関数 $f(t)$ について以下の問いに答えよ。（21 点）

$$f(t)=\exp(-|t|)$$

(1)　関数 $f(t)$ をグラフに描け。

(2)　$f(t)$ の半値幅を求めよ。

(3)　$f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。

(4)　$F(\omega)$ のグラフを描け。

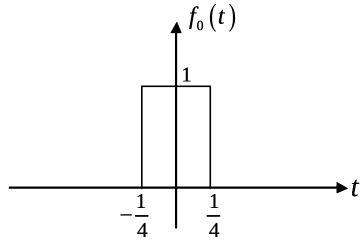
(5)　$F(\omega)$ の半値幅を求めよ。

(6)　$f(t-1)$ のフーリエ変換を求めよ。

(7)　$f(2t)$ のフーリエ変換を求めよ。

(8)　$f(t)$ の自己相関関数のフーリエ変換を求めよ。

［5］　右図のパルス波形 $f_0(t)$ について答えよ。（15 点）




(1)　$f_0(t)$ を矩形関数を用いて表せ。

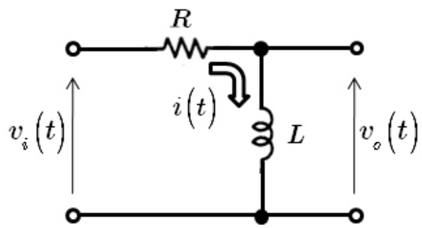
(2)　$f_0(t)$ のフーリエ変換 $F_0(\omega)$ を求めよ。

(3)　$f_0(t)$ を周期 $T=1$ で繰り返して無限に続くパルス列を $f(t)$ とする。$f(t)$ を、$f_0(t)$ とデルタ関数列を用いて表せ。

(4)　$f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。

(5)　$F(\omega)$ をグラフに描け。

［6］　図に示す RL 回路に正弦波電圧が入力される場合ついて次の問に答えよ。（19 点）




(1)　この回路の方程式を求めよ。

(2)　システム伝達関数 $H(\omega)$ を求めよ。

(3)　$v_i(t)=\cos\omega_0 t$ のとき $v_0(t)$ を求めよ。

(4)　インパルス応答 $h(t)$ を求めよ。（注：時間関数の微分のフーリエ変換の公式を参照しなさい。）

［7］　1 階常微分方程式 $\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+4y(t)=1$ について以下の問に答えよ。

ただし，$y(t)$ の初期値は，$y'(0_+)=2$，$y(0_+)=1$ とする。（11 点）

(1)　$y(t)$ のラプラス変換を $Y(s)$ とするとき，微分方程式をラプラス変換して $Y(s)$ を求めよ。

(2)　$Y(s)$ を部分分数に展開せよ。

(3)　微分方程式の解 $y(t)$ を求めよ。