2011 電気数学Ⅱおよび演習　小テスト 11　解答

2011.6.24　黒川（隆）

１．(1)

$$h(t)=\Im\left[H(\omega)\right]=\Im\left[\frac{100}{100+j\omega}\right]=100e^{-100t}u(t)$$

(2)

$$H(\omega)=\frac{100}{100+j\omega}=\frac{100}{\sqrt{100^2+\omega^2}}e^{-j\tan^{-1}\frac{\omega}{100}}$$

$$f(t)=2\cos^2 50t=1+\cos 100t=\mathrm{Re}\left[1+e^{j100t}\right]$$

入力が１のとき

$$H(0)=1$$

入力が e^{j100t} のとき

$$H(100)=\frac{100}{\sqrt{100^2+100^2}}e^{-j\tan^{-1}\frac{100}{100}}=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

よって

$$g(t)=\mathrm{Re}\left[H(0)+H(100)e^{j100t}\right]=\mathrm{Re}\left[1+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j\left(100t-\frac{\pi}{4}\right)}\right]=1+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(100t-\frac{\pi}{4}\right)$$

２．(1)

$$H(\omega)=\frac{1}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=\frac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)}=\frac{1}{(j\omega+1)}-\frac{1}{(j\omega+2)}$$

$$h(t)=\Im^{-1}\left[H(\omega)\right]=\left(e^{-t}-e^{-2t}\right)u(t)$$

(2)

$$H(\omega)=\frac{1}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=\frac{1}{\sqrt{(2-\omega)^2+(3\omega)^2}}e^{-j\tan^{-1}\left(\frac{3\omega}{2-\omega^2}\right)}$$

$$H(1)=\frac{1}{\sqrt{10}}e^{-j\tan^{-1}(3)}$$

$$g(t)=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{\sqrt{10}}e^{-j\tan^{-1}(3)}e^{jt}\right]=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{\sqrt{10}}e^{j\left(t-\tan^{-1}(3)\right)}\right]=\frac{1}{\sqrt{10}}\cos\left(t-\tan^{-1}(3)\right)$$

(3)

$$g(t)=h(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\left(e^{-x}-e^{-2x}\right)u(x)\right]\cdot u(t-x)dx$$

$$=\left[\int_0^t\left[\left(e^{-x}-e^{-2x}\right)\right]dx\right]\cdot u(t)=\left[\left(-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x}\right)\right]_0^t\cdot u(t)$$

$$=\left[\frac{1}{2}e^{-2t}-e^{-t}+\frac{1}{2}\right]\cdot u(t)$$