電気数学Ⅱ　小テスト１０

2011.6.17　黒川

(注) 途中経過も書くこと。図は軸ラベル、原点、交点の座標等を正しく記入すること.

１．次の問に答えよ。(2 点×5＝16 点)

(1) $\int_{-\infty}^{\infty}(2t+1)^2\delta(t+1)dt$ の値を求めよ

(2) $(t-1)\delta(-3t)$ をさらに簡単にせよ。

(3) $\delta(-3t)$ のフーリエ変換を求めよ。

(4) $\dfrac{\delta(t-2)}{(t^2+1)}$ のフーリエ変換を求めよ。

(5) $(t+2)u(t+2)$ をグラフに書け。

(6) $F(\omega)=\dfrac{1}{2+j3(\omega-2)}$ の逆フーリエ変換を求めよ。

(7) $F(\omega)=\dfrac{1}{(1+j\omega)(2+j\omega)}$ の逆フーリエ変換を求めよ。

(8) $F(\omega)=\dfrac{\sin\omega}{\omega}$ の逆フーリエ変換を求めよ。

２．矩形関数 $\mathrm{rect}(t)$ の自己相関関数を $R(\tau)$ とする。(8 点)

(1) $R(\tau)$ のフーリエ変換 $E(\omega)$ を求めよ。

(2) $E(\omega)$ のグラフを描け。

(3) 上記の結果を利用して、次の積分 $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{sinc}^2\left(\dfrac{\omega}{2}\right)d\omega$ の値を求めよ。

３．次の微分方程式について答えよ。(6 点)

$x'(t)+2x(t)=e^{j2t}$

(1) この微分方程式をフーリエ変換せよ。ただし、$x(t)$ のフーリエ変換を $X(\omega)$ と表記せよ。

(2) 微分方程式の解 $x(t)$ をもとめよ。

４．$f(t)=\exp(-t^2)$ について、次の問いに答えよ。(8 点)

(1) $f(t)$ の半値幅（FWHM）を求めよ。

(2) $f(t)$ の自己相関関数 $R(\tau)$ は次のように書ける。次の式の $\boxed{ア}$ の中に入る式を求めよ。

$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\boxed{ア}dt$　　①

(3) 前問の式①の積分を計算し、$R(\tau)$ の値を求めよ。必要なら、次の定積分の式を参考にせよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-at^2}dt=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

５．DC～５kHz の帯域をもつアナログ信号がある。この信号を標本化する際、サンプリング間隔は何秒おき以下にしなければいけないか。(2 点)

ヒント：必要に応じて以下の公式を利用せよ。

$\mathcal{F}\left[f\left(t-t_0\right)\right]=F\left(\omega\right)e^{-jt_0\omega}$ $\mathcal{F}\left[f\left(t\right)e^{j\omega_0 t}\right]=F\left(\omega-\omega_0\right)$ $\mathcal{F}\left[f\left(at\right)\right]=\dfrac{1}{|a|}F\left(\dfrac{\omega}{a}\right)$

$\mathcal{F}[e^{j\omega_0 t}]=2\pi\delta(\omega-\omega_0)$ $\mathcal{F}\left[\delta(t)\right]=1$ $f\left(t\right)\delta\left(t-t_0\right)=f\left(t_0\right)\delta\left(t-t_0\right)$

$\int_{-\infty}^{\infty}f\left(t\right)\delta\left(t-t_0\right)dt=f\left(t_0\right)$ $\mathcal{F}\left[\mathrm{rect}(t)\right]=\mathrm{sinc}\left(\dfrac{\omega}{2}\right)$ $\mathcal{F}\left[F(t)\right]=2\pi f\left(-\omega\right)$

デルタ関数列 $\delta_T\left(t\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(t-nT\right)$ $\mathcal{F}\left[\delta_T\left(t\right)\right]=\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-n\omega_0\right)$

相関関数の定義： $f_1\left(t\right)$、$f_2\left(t\right)$ が実関数のとき $R_{12}\left(\tau\right)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1\left(t\right)f_2\left(t-\tau\right)dt$