電気数学Ⅱ　小テスト８

2011.6.3　黒川

（注）途中経過も書くこと。グラフを描くときは、軸との交点や急に変化する点などの座標を書き込むこと。

１．単位階段関数のフーリエ変換は$U(\omega)=\dfrac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$であることを利用して、次の関数のフーリエ変換を求めよ。(1 点×4=4 点)

（1）$u(-2t)$　（2）$u(t)e^{-jt}$　（3）$u(t)\cos 2t$　（4）$u'(t)$

２．２つの関数、$f_1(t)=\mathrm{rect}\left(\dfrac{t}{2}\right)$、$f_2(t)=u(t)$とする。$u(t)$は単位階段関数。次の問に答えよ。（16 点）

(1) $f_1(x)$のグラフを描け。

(2) $f_2(t-x)$のグラフを描け。

(3) $f_2(t-x)$が$f_1(x)$の左側にあって、２つの関数が重ならない場合の t に対する条件を求めよ。

(4) $f_2(t-x)$の右側が$f_1(x)$の一部と重なる場合の t に対する条件を求めよ。

(5) 上記(4)の場合の畳み込み積分を求めよ。

(6) $f_2(t-x)$が$f_1(x)$の全部と重なる場合の t に対する条件を求めよ。

(7) 上記(6)の場合の畳み込み積分を求めよ。

(8) 以上の(3)－(7)のすべての場合をまとめて、畳み込み積分のグラフを描け。

ヒント：必要に応じて以下の公式を利用せよ。

$$\mathcal{F}[\delta(t)]=1 \qquad \mathcal{F}[1]=2\pi\delta(\omega) \qquad \mathcal{F}[f(at)]=\frac{1}{|a|}F\left(\frac{\omega}{a}\right) \qquad \mathcal{F}[f'(t)]=j\omega F(\omega)$$

$$\mathcal{F}[f(t-t_0)]=F(\omega)e^{-jt_0\omega} \qquad \mathcal{F}\left[f(t)e^{j\omega_0 t}\right]=F(\omega-\omega_0) \qquad u'(t)=\delta(t)$$

畳み込み積分の定義：　$f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(x)f_2(t-x)\,dx$