電気数学Ⅱ　小テスト７

2011.5.27　黒川

（注）途中経過も書くこと。

１．　次の関数のフーリエ変換を求めよ。(2 点×4＝8 点)

(1)　$\delta'(t)$　　(2)　$\delta(-3t)$　　(3)　$\delta'(t+1)$　　(4)　$\sin^2 3t$

２．　$u(t)$を単位階段関数とするとき、次の関数のグラフを描け。(1 点×4=4 点)

(1)　$(t+1)u(t+1)$　　(2)　$t\cdot u(-t)$　　(3)　$e^t u(-t)$　　(4)　$u(t)-u(t-1)$

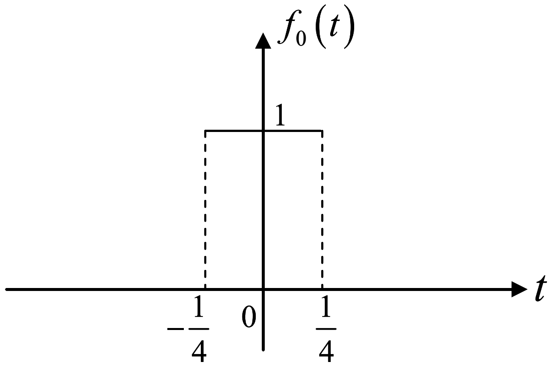
３．右図のパルス波形$f_0(t)$について答えよ。(2 点 x 4＝8 点)

(1)　$f_0(t)$を矩形関数を用いて表せ。

(2)　$f_0(t)$を周期$T=1$で繰り返して無限に続くパルス列を$f(t)$とする。$f(t)$を式で表せ。

(3)　$f(t)$のフーリエ変換$F(\omega)$を求めよ。

(4)　$F(\omega)$をグラフに描け。



ヒント：必要に応じて以下の公式を利用せよ。

$$\mathcal{F}[\delta(t)]=1 \qquad \mathcal{F}[1]=2\pi\delta(\omega) \qquad \mathcal{F}[f(at)]=\frac{1}{|a|}F\left(\frac{\omega}{a}\right) \qquad \mathcal{F}[f'(t)]=j\omega F(\omega)$$

$$\mathcal{F}[f(t-t_0)]=F(\omega)e^{-jt_0\omega} \qquad \mathcal{F}\left[f(t)e^{j\omega_0 t}\right]=F(\omega-\omega_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\,dt=f(t_0) \qquad \mathcal{F}[\mathrm{rect}(t)]=\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right) \qquad \mathcal{F}[F(t)]=2\pi f(-\omega)$$

デルタ関数列　$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$　　　$\mathcal{F}[\delta_T(t)]=\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$

周期 T の周期関数$f(t)$のフーリエ変換は、$f(t)$の繰返し単位の関数を$f_0(t)$とすると

$$\mathcal{F}[f(t)]=\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathcal{F}[f_0(t)]\cdot\delta(\omega-n\omega_0) \qquad \text{ただし} \quad \omega_0=\frac{2\pi}{T}$$