

(注) 途中経過も書くこと。

1. デルタ関数の性質を用いて、次の式を簡単にせよ。(2点×7=14点)

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} (2t+1)^2 \delta(3t) dt \quad (2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(t+2)}{t} dt \quad (3) (t^2+1)\delta(t-1) \quad (4) (t-1)\delta(-3t)$$

$$(5) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(t)}{(t+1)} dt \quad (6) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-7) dt \quad (7) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t} \delta(t+2) dt$$

2. 次の方程式を解け。(3点×2=6点)

$$(1) t + \int_{-\infty}^{\infty} (t+1)^2 \delta(t) dt = (t-1)\delta(t-1)$$

$$(2) 3t + \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t+2) dt = (t+1)\delta(t+1)$$

ヒント：必要に応じて以下の公式を利用せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t-t_0) dt = f(t_0) \quad f(t) \delta(t-t_0) = f(t_0) \delta(t-t_0) \quad \delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t) dt = -f'(0)$$