

(注) 途中経過も書くこと。

1. 次の間に答えよ。(4点)

(1) $f(t) = \sin 3t \cos 2t$ の基本周期を求めよ。 (2) $\exp\left(j\frac{2}{3}\pi\right)$ を直交形式に直せ。

(3) $1 + j\sqrt{3}$ を指数関数形式に直せ。

(4) 複素表示を用いて $f(t) = \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$ の計算をせよ。

2. 次の周期関数 $f(t)$ について以下の間に答えよ。(10点)

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (-\pi < t \leq 0) \\ 2t & (0 < t \leq \pi) \end{cases} \quad \text{ただし、} f(t) = f(t + 2n\pi) \quad n: \text{整数}$$

(1) $f(t)$ ($-3\pi < t \leq 3\pi$) をグラフに書け。

(2) 三角フーリエ係数 a_0 を求めよ。

(3) 三角フーリエ係数 a_n を求めよ。

(4) 三角フーリエ係数 b_n を求めよ。

(5) $f(t)$ を三角フーリエ級数で表せ。

3. $f(t) = \text{rect}(t)$ とするとき、次の問いに答えよ。(6点)

(1) $f\left(\frac{t}{3}\right)$ のグラフを描け。 (2) $f\left(\frac{t}{3}\right)$ のフーリエ変換を求めよ。

(3) $f\left(\frac{t}{3}\right)$ のフーリエ変換のグラフを描け。

4. 関数 $f(t) = \exp(-|t|)$ ($\alpha > 0$) について、次の間に答えよ。(10点)

(1) 関数 $f(t)$ のグラフを描け。

(2) 関数 $f(t)$ の半値幅を求めよ。

(3) 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。

(4) $F(\omega)$ のグラフを描け。

(5) $F(\omega)$ の半値幅を求めよ。

5. $f(t)$ のフーリエ変換が $F(\omega)$ のとき、次の(1)-(4)の逆フーリエ変換を求めよ。(4点)

(1) $F(3\omega)$ (2) $F(\omega)e^{-j3\omega}$ (3) $F(\omega)\cos 3\omega$ (4) $F(\omega-1)$

6. 関数 $f(t) = \begin{cases} 1-|t| & (|t| < 1) \\ 0 & (|t| > 1) \end{cases}$ について、次の間に答えよ。(6点)

(1) 関数 $f(t)$ のグラフを描け。

(2) 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。

ヒント：必要に応じて以下の公式を利用せよ。

$$\mathcal{F}[f(t-t_0)] = F(\omega)e^{-j\omega t_0} \quad \mathcal{F}[f(t)e^{j\omega_0 t}] = F(\omega - \omega_0) \quad \mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

三角フーリエ級数の公式 $f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)\}$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$