フーリエ解析　小テスト３

2011.4.22　黒川

（注）途中経過も書くこと。必要に応じて、下に記した式を参考にせよ。

１．次の周期関数 $f(t)$ について、以下の問いに答えよ。（10 点）

$$f(t)=t\quad(0<t<1)\qquad \text{ただし、}\ f(t)=f(t+n)\quad (\mathrm{n}:\text{整数})$$

(1) この関数をグラフに描け（−2<t<2 の範囲を描け）。　(2 点)

(2) この関数の基本周波数 ω_0 を求めよ。　(1 点)

(3) $f(t)$ を三角フーリエ級数展開するときの係数 a_0 を求めよ。　(2 点)

(4) $f(t)$ を三角フーリエ級数展開するときの係数 a_n を求めよ。　(2 点)

(5) $f(t)$ を三角フーリエ級数展開するときの係数 b_n を求めよ。　(2 点)

(6) $f(t)$ を三角フーリエ級数展開の形で書け。　(1 点)

２．次の周期関数について、三角関数のフーリエ級数展開を求めよ。（４点）

(1) $\sin^2 \omega_0 t$　　(2) $\sin^3 \omega_0 t$

３．次の周期関数 $f(t)$ について、問いに答えよ。（６点）

$$f(t)=\frac{t}{T}\qquad (0<t<T)\qquad \text{ただし，}\ f(t)=f(t+T)$$

(1) $f(t)$ の複素フーリエ級数展開の係数 c_0 を求めよ。

(2) $f(t)$ の複素フーリエ級数展開の係数 c_n を求めよ。

（参考）

三角関数のフーリエ級数展開

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{a_n\cos(n\omega_0 t)+b_n\sin(n\omega_0 t)\right\},$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt,\qquad b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt$$

複素フーリエ級数展開

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}\qquad c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-jn\omega_0 t}\,dt$$

ただし $\omega_0=2\pi/T$