整理番号
6

2023年度10月・2024年度4月入学　東京農工大学工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　専門科目

（機械システム工学専攻）

受験番号	MC－

注意事項（重要なことを記しているので、試験が始まる前に読んでおくこと）

- 「解答はじめ」の指示があるまで、問題用紙の冊子を開いてはならない。
- 解答用紙の冊子は裏返したままとしておくこと。
- 問題用紙、解答用紙、および下書用紙は留め金具を用いて綴じられた冊子となっている。この留め金具を外さないこと。

（問題用紙の冊子は５ページ、解答用紙の冊子は５ページ、下書用紙の冊子は３ページからなる）

- 本用紙(問題用紙　５枚のうち１枚目)には、注意事項が記されている。
- 問題用紙５枚のうち２枚目 から　５枚のうち５枚目 まで、各ページの左上に記された$\boxed{1}$から$\boxed{4}$までの数字が大問の問題番号を意味する。**大門の問題番号$\boxed{1}$から$\boxed{4}$まですべての設問に解答せよ。**
- 「解答はじめ」の指示の後、この問題用紙の冊子の全ページの上部指定欄、解答用紙の冊子の全ページの上部指定欄、および下書用紙の冊子の全ページの上部指定欄に受験番号を記入すること。
- 解答は問題用紙に記された大問の問題番号に対応した解答用紙に記入すること。問題用紙や下書用紙への記入は採点対象とはならない。
- 問題用紙、解答用紙、および下書用紙はすべて試験終了後に回収する。持ち帰ってはならない。
- 関数電卓、定規、コンパスの使用は認めない。

1

〔１〕均一な等方弾性体（ヤング率 200 GPa, ポアソン比 0.3）からなる平板中の微小要素が，図１－１(a), (b)に示すような平面応力状態にある．x 軸とそれに直交する y 軸を図のようにとる．応力の単位は MPa である．このとき以下の問いに答えよ．なお，モールの応力円では，垂直応力をσ，せん断応力をτと表記すること．

(1-1) 図１－１(a)に対するモールの応力円を解答用紙の該当欄に描け．また，最大主応力の大きさとその方向（x 軸とのなす角度，単位　°），最大主ひずみの大きさをそれぞれ求めよ．

(1-2) 図１－１(b)に対するモールの応力円を解答用紙の該当欄に描け．また，最大主応力，最小主応力，最大せん断ひずみ（工学ひずみ）の大きさをそれぞれ求めよ．

〔２〕均一な等方弾性体からなる矩形断面（高さ h）を有する長さ $2L$ の真直はりが，図１－２に示すように点 A および点 B で単純支持されている．点 A を原点（$x=0,\ y=0$）として，はりの長手方向に x 座標を，下方向に y 座標を定義する．はりの長手方向の中点を点 C とする．AB 間の距離は L であり，AC 間（$0 \le x \le L/2$）に等分布荷重 w が作用している．材料のヤング率を E，断面二次モーメントを I とする．自重の影響は無視できるものとして，以下の問いに答えよ．

(2-1) AC 間（$0 \le x \le L/2$）および BC 間（$L/2 \le x \le L$）におけるはりの曲げモーメントを求める式を，x, w, L, E, I の中から必要な記号を用いてそれぞれ表せ．はりのたわみ形状が下に凸になる場合に曲げモーメントの符号を正とする．

(2-2) AB 間における曲げモーメントの最大値，および最大曲げ応力（引張り応力）を，w, L, E, I, h の中から必要な記号を用いて表せ．

(2-3) AC 間（$0 \le x \le L/2$）および BC 間（$L/2 \le x \le L$）におけるはりのたわみ（δ）を求める式を，x, w, L, E, I の中から必要な記号を用いてそれぞれ表せ．

(2-4) はりの突き出し部分である点 F（$x = 1.5L$）におけるはりのたわみδ_Fを，w, L, E, I の中から必要な記号を用いて表せ．

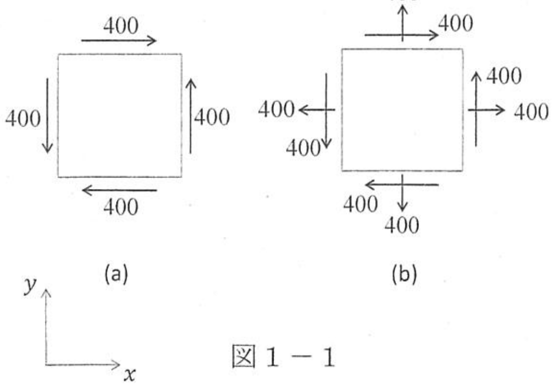

図１－１

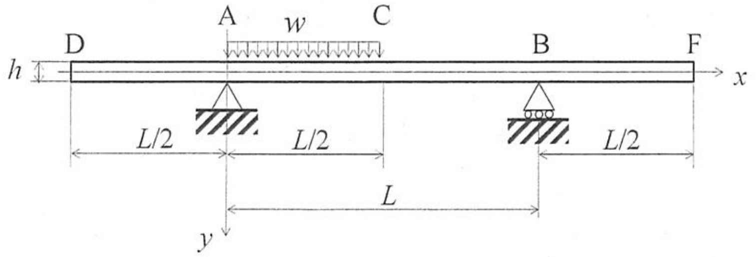

図１－２

2

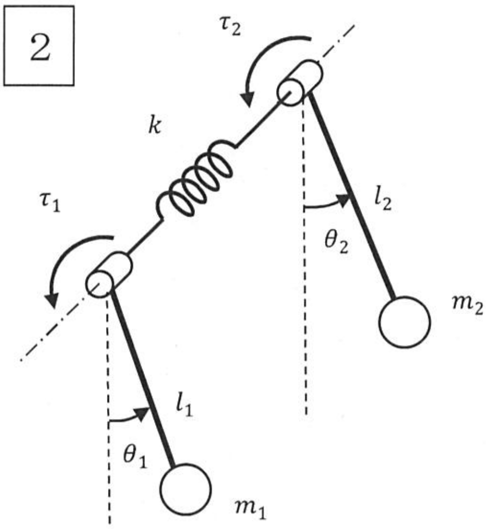

図 2 − 1

図2−1のようにねじりばねで連結された2つレバーの先端にそれぞれ質点が取り付けられた系を考える．レバーは剛体で質量は無視でき，一点鎖線で示す軸を中心に回転運動する．破線で示す鉛直下向きからの角度を図のように θ_1, θ_2, レバー先端の質量を m_1, m_2, レバー間のねじりばね定数を k とする．レバーの長さは l_1, l_2 とする．レバーにはそれぞれ外力として，トルクτ_1, τ_2 が作用している．この系には散逸はないとする．重力加速度を g とする．

[1] 系のエネルギを求める．
(1−1) 系の運動エネルギ T を求めよ．
(1−2) 系のポテンシャルエネルギ U を求めよ．

[2] T, U を用いてラグランジュ関数 $L = T - U$ を考える．
(2−1) L から，ラグランジュの方程式 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau_i$ を用いて，質点 m_1, m_2 が取り付けられたレバーの回転に関する運動方程式を求めよ．
(2−2) θ_1, θ_2 は微小として，運動方程式を線形化せよ．

[3] 質点が取り付けられたレバー1 と 2 に対して，おなじ制御トルク入力 $\frac{\tau_1}{m_1 l_1^2} = \frac{\tau_2}{m_2 l_2^2} = u$ を作用させる場合を考える．状態変数を $\boldsymbol{x} = [\theta_1\ \theta_2\ \theta_3\ \theta_4]^{\mathsf{T}}$ として，運動方程式から1入力の状態方程式 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u$ を作成せよ． ただし， $\dot{\theta}_1 = \theta_3$, $\dot{\theta}_2 = \theta_4$ とする．

[4] 問[3] で求めたようなシステムの可制御性について考える．ここでは $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

とする．このとき $\boldsymbol{A}^2 = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & c & d \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{A}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & c & d \\ a^2 + bc & ab + bd & 0 & 0 \\ ac + dc & bc + d^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ である．

(4−1) 可制御性行列 $\boldsymbol{U}_c = [\boldsymbol{b}\quad \boldsymbol{A}\boldsymbol{b}\quad \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{b}\quad \boldsymbol{A}^3\boldsymbol{b}]$ を，a, b, c, d および必要な数値を用いて求めよ．
(4−2) $\boldsymbol{U}_c$ がフルランクであれば，システムは可制御であり，すべての状態変数を制御できる．$\boldsymbol{U}_c$ のランクを求めよ．必要であれば，a, b, c, d の値を用いて場合分けせよ．
(4−3) システムが可制御ではなくなる場合，つまり $\boldsymbol{U}_c$ がフルランクにならないのは，[3] の解の式においては，m_1, m_2, l_1, l_2 がどのような条件のときか．必要なものを用いて示せ．

整理番号
6

2023 年度 10 月・2024 年度 4 月入学　東京農工大学工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　　専門科目

（機械システム工学専攻）

5枚のうち4枚目		受験番号	MC－

3

図 3-1 に示すように，くさび形の物体により非圧縮非粘性の 2 次元噴流が水平面内で 2 つに分かれており，くさび形の壁面に沿って端からなめらかに流れ出ている．くさび形の半頂角はθであり，分かれる前の流れに対し角度αだけ傾いている．2 次元噴流の密度はρ, 流速はU, 幅をhとし, 分かれた噴流の流速と幅にはそれぞれ 1 と 2 の添字を付している．図の上方向をy方向，右方向をx方向とし，流速Uの向きはx方向である．また，大気圧はp_∞である．以下のすべての設問に答えよ．

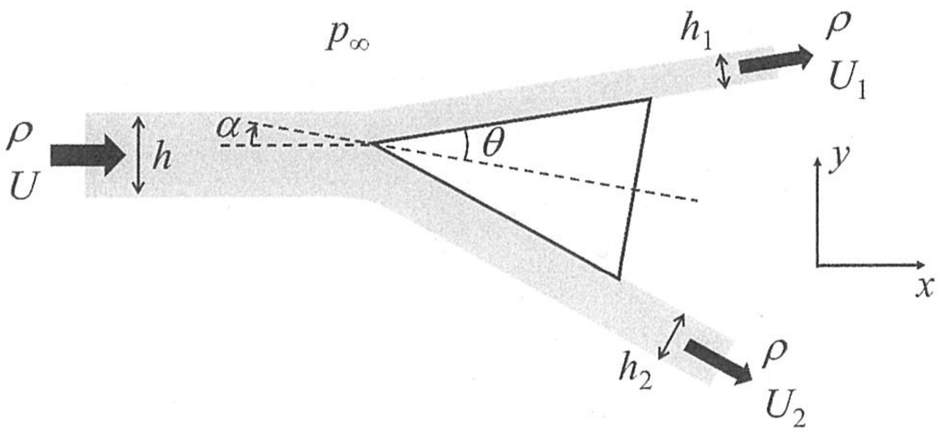

図 3-1

[1]　$U=U_1=U_2$であることを示せ．

[2]　$h=h_1+h_2$であることを示せ．

[3]　くさび形が受ける抗力（x方向の力）F_xと揚力（y方向の力）F_yを，ρ, U, p_∞, h_1, h_2, α, θの中から必要な記号を用いて表せ．

[4]　$h_1=h/2$である場合，抗力が最小になるαを答えなさい．また，$h_2>h_1$である場合，抗力が最小となるαがどう変化するか，正方向に増えるか，負方向に増えるか，変わらないかを答えなさい．ただし，図中のαに隣接する矢印が示す方向をαの正方向とする．

[5]　粘性のある実在流体の場合，αがθを超えるとくさび形周りの流れの様子にどのような変化が生じると考えられるか，簡潔に答えなさい．

受験番号	MC－

4

作動流体が理想気体（気体定数 R [J/(kg·K)]）の可逆熱機関サイクルについて考える．このサイクルは，1→2 断熱圧縮，2→3 等温変化，3→4 断熱膨張，4→1 等温変化，の各過程からなる．ここで数字は各状態点を表すものとする．作動流体の温度 T [K], 圧力 P [Pa]とし，下付き添え字の数字で各状態点での値を表すものとする．（例えば T_1 は状態点 1 での温度を表す．）物性値は一定とし，比熱比 κ[-]とする．以下の問いに答えよ．

1．このサイクルの温度（縦軸）- エントロピー（横軸）の線図を描け．各頂点には状態点の番号 1~4 を記すこと．

2．状態 1→2 の断熱圧縮での圧力比 P_2/P_1 を温度 T_1, T_2 と比熱比 κ だけを用いて表し，答えだけを解答せよ．同様に状態 3→4 の断熱膨張での圧力比 P_4/P_3 を温度 T_3, T_4 と比熱比 κ だけを用いて表し，答えだけを解答せよ．

3．2つの等温変化過程があることから，4つの状態点の圧力の間に成り立つ関係式を P_1, P_2, P_3, P_4 だけを用いて表し，答えだけを解答せよ．

4．2つの等温変化過程での作動流体単位質量当たりの受熱量と放熱量を与えられた記号（$R, T_1, T_2, T_3, T_4, P_1, P_2, P_3, P_4, \kappa$）から必要なものを用いてそれぞれ正の値として表し，答えだけを解答せよ．（比体積の記号は与えられていないことに注意せよ．）

5．このサイクルで作動流体が単位質量当たりに外部に対してなす仕事を温度，圧力，気体定数だけを用いて表し，導出過程を含めて解答せよ．

6．ここまでの式を用いて，このサイクルの熱効率を温度だけを用いて表し，導出過程を含めて解答せよ．