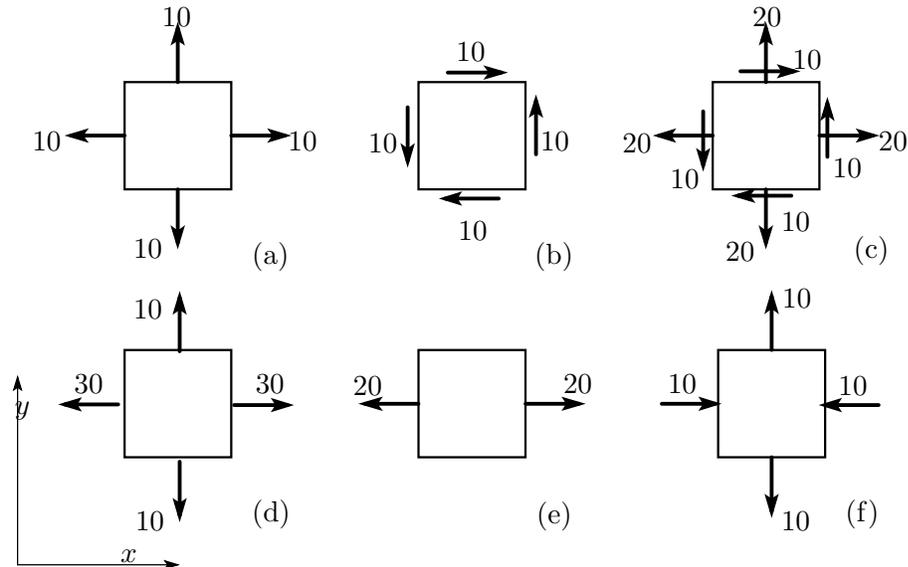
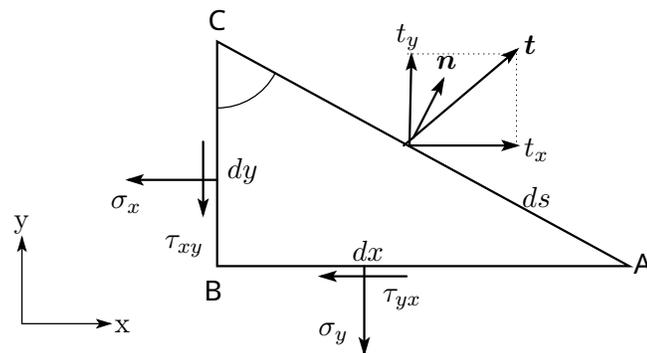


締切 7/15 : 解答はレポート用紙に記し, この用紙を表紙として綴じて提出すること.

問題 1 図 (a) ~ (f) の微小要素に働く応力状態について, それぞれモールの応力円を描き, 最大主応力, 最小主応力, 最大せん断応力を求めよ. またそれぞれの方向も求めよ.



問題 2 次の文章中の空欄 を埋め, 問いに答えよ.



物体中の仮想的な三角形領域 (厚さ 1) について, 図のように斜面 AC に単位面積あたり t の力が働いている. t の x 方向, y 方向の成分をそれぞれ t_x , t_y とする. また座標面に働く応力をそれぞれ $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}$ とする. 図のように ds, dx, dy を各辺の長さ (面積) とし, x, y 方向の力の釣り合いを考えると, それぞれ

$$t_x \cdot ds = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (1)$$

$$t_y \cdot ds = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (2)$$

となる．一方，辺 AC と辺 BC のなす角を θ とすると

$$\cos \theta = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}, \quad \sin \theta = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

であるから，上式 (1)(2) は θ を用いて以下の様に表示される．

$$t_x = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (3)$$

$$t_y = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (4)$$

さらに，面 AC の単位法線ベクトル n の成分を n_x, n_y とすると，これらは θ によって $n_x = \boxed{}$ ，
 $n_y = \boxed{}$ と表されるから，式 (3)(4) は最終的に

$$t_x = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (5)$$

$$t_y = \boxed{} \cdot \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} \quad (6)$$

となる．

上式は，単位法線ベクトル n を持つ面に働く単位面積当たりの力 t と応力の関係を表しており，Cauchy の関係と呼ばれている．ここで応力とベクトル n, t をそれぞれ

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}, \quad \{n\} = \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix}, \quad \{t\} = \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix},$$

と行列表示すると，式 (5)(6) の行列表現は簡単に

$$\boxed{}$$

と書ける（行列の転置を $[A]^T$ と表す）．さらに応力の対称性を考慮すれば

$$\boxed{}$$

となる．

ここで，面に働く力 t の方向と，面の単位法線 n の方向が同じになるような面を求めることを考えよう．つまり $t = \lambda n$ (λ は定数) となるような n を求めればよい．この面では，垂直方向にのみ力が働いているから，この面の方向は主応力方向に他ならない．すなわち力 t と，面の法線 n の方向が同じになるような面を求めることは，主応力方向を求めることと同じである． $t = \lambda n$ から

$$[\sigma]\{n\} = \lambda\{n\}$$

となる．

このように，正方行列 $[\sigma]$ について上式を満たすベクトル $\{n\}$ を求める問題は，線形代数で $\boxed{}$ 問題とよばれている．係数 λ を $\boxed{}$ 値（あるいは $\boxed{}$ 値）とよび，次の代数方程式の解として求めることができる．

$$\begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = 0$$

上式を解いて，係数 λ が主応力となっていることを確かめよ．