

解答例

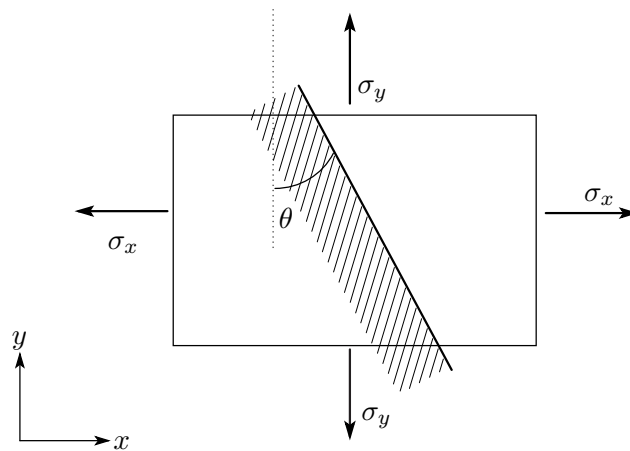
総得点: _____ 点

クラス: M1・M2 学年: _____ 年 学籍番号: _____

氏名: _____

この用紙を表紙にして，レポート用紙に解答せよ．

問1 : 応力 $\sigma_x = 10\text{MPa}$, $\sigma_y = 10\text{MPa}$ のみが加わっているとき，図のように $\theta = 30^\circ$ 傾いた面に働く垂直応力 σ_θ とせん断応力 τ_θ を求めよ．また $\theta = 75^\circ$ 傾いた面についてはどうなるか求めよ．(10点)



$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

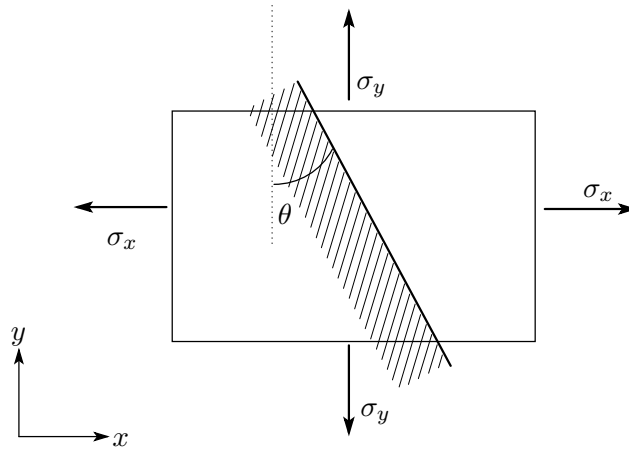
与えられた応力は等二軸引張状態であり，このとき

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \sigma_x = \sigma_y$$

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta = 0$$

したがって， σ_θ ， τ_θ は角度に依存せず，どちらの場合も， $\sigma_\theta = 10 \text{ MPa}$ ， $\tau_\theta = 0 \text{ MPa}$ となる．

問2 : 応力 $\sigma_x = 10\text{MPa}$, $\sigma_y = 16\text{MPa}$ のみが加わっているとき，図の面に働く垂直応力 σ_θ とせん断応力 τ_θ を求めよ．また角度 θ を変化させたとき，それぞれの最大値，最小値，そのときの角度 θ を求めよ．(10点)



前問と同様に，

$$\sigma_\theta = \frac{10 + 16}{2} + \frac{10 - 16}{2} \cos 2\theta = 13 - 3 \cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = -\frac{10 - 16}{2} \sin 2\theta = 3 \sin 2\theta$$

σ_θ が極値をとるのは， $d\sigma_\theta/d\theta = 0$ から

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = -6 \sin 2\theta = 0$$

$$2\theta = 0, \pi$$

$$\theta = 0 \text{ で } \sigma_\theta = 10 \quad , \quad \theta = \pi/2 \text{ で } \sigma_\theta = 16 \text{ (最大値)}$$

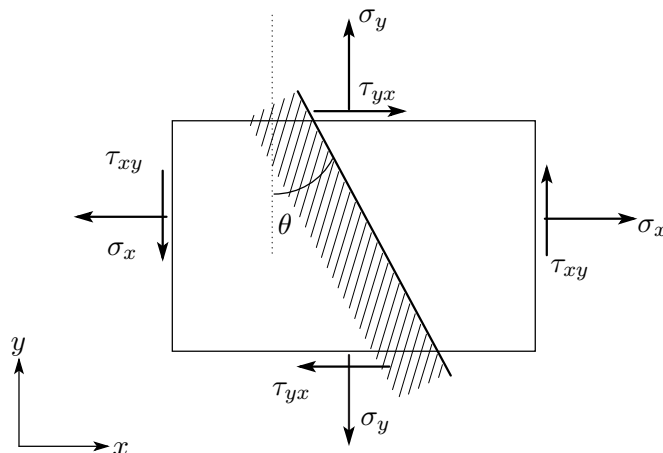
τ_θ が極値をとるのは， $d\tau_\theta/d\theta = 0$ から

$$\frac{d\tau_\theta}{d\theta} = 6 \cos 2\theta = 0$$

$$2\theta = \pi/2, 3\pi/2$$

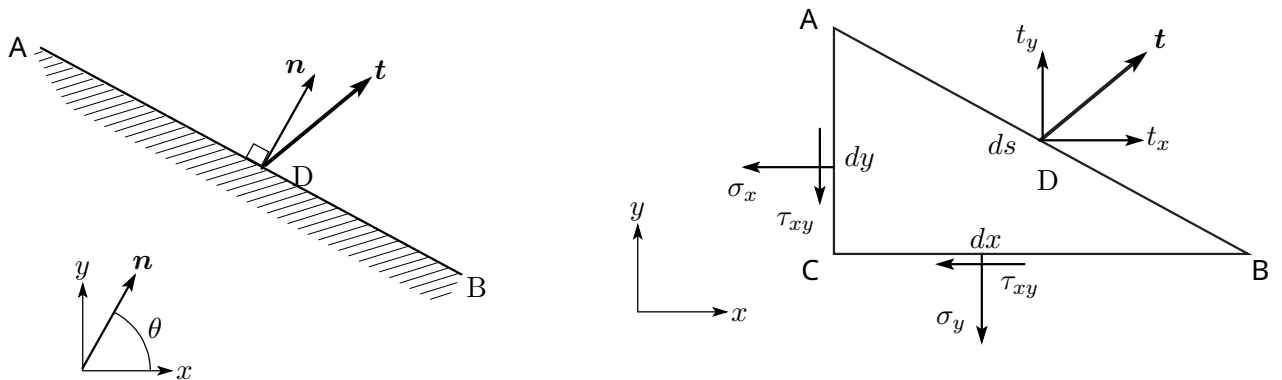
$$\theta = \pi/4 \text{ で } \tau_\theta = 3 \text{ (最大値)} \quad , \quad \theta = 3\pi/4 \text{ で } \tau_\theta = -3$$

問3 : 応力 $\sigma_x = 120\text{MPa}$, $\sigma_y = 40\text{MPa}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 40\text{MPa}$ が加わっているとき，図のように $\theta = 60^\circ$ 傾いた面に働く垂直応力 σ_θ とせん断応力 τ_θ を求めよ。(10点)



$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{120 + 40}{2} + \frac{120 - 40}{2} \cos 120^\circ + 40 \sin 120^\circ \\ &= 60 + 20\sqrt{3} = 94.6 \text{ MPa} \\ \tau_\theta &= -\frac{120 - 40}{2} \sin 120^\circ + 40 \cos 120^\circ \\ &= -20(\sqrt{3} + 1) = -54.6 \text{ MPa}\end{aligned}$$

問4 : 図のような物体内部の面 AB に、単位面積あたりの力（応力ベクトル） t が加わっている。 t と応力の成分との関係を示せ。ただし、図に示す n は面の単位法線ベクトルであり、2次元問題として考えよ。(10点)



$$\begin{cases} t_x ds = \sigma_x dy + \tau_{xy} dx \\ t_y ds = \tau_{xy} dy + \sigma_y dx \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_x = \sigma_x \frac{dy}{ds} + \tau_{xy} \frac{dx}{ds} \\ t_y = \tau_{xy} \frac{dy}{ds} + \sigma_y \frac{dx}{ds} \end{cases}$$

一方

$$\begin{aligned}\frac{dy}{ds} &= \cos \theta = n_x \\ \frac{dx}{ds} &= \sin \theta = n_y\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{cases} t_x = \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y \\ t_y = \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y \end{cases} \quad \text{あるいは} \quad \begin{cases} t_x = \sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta \\ t_y = \tau_{xy} \cos \theta + \sigma_y \sin \theta \end{cases}$$

問5 : 問1の応力状態について、主応力とその方向をモールの応力円を描いて求めよ。(10点)

問6 : 問2の応力状態について、主応力とその方向をモールの応力円を描いて求めよ。(10点)

問7 応力 $\sigma_x = 120\text{MPa}$, $\sigma_y = -120\text{MPa}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0\text{MPa}$ が加わっているとき、主応力とその方向をモールの応力円を描いて求めよ。(10点)

問8 : 応力 $\sigma_x = 120\text{MPa}$, $\sigma_y = 40\text{MPa}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx} = 40\text{MPa}$ が加わっているとき、主応力とその方向をモールの応力円を描いて求めよ。(10点)

問 9 : ある機械部品に , 応力 $\sigma_x = 80\text{MPa}$, $\sigma_y = 40\text{MPa}$, $\tau_{xy} = 20\text{MPa}$ が作用している .

1. 主応力とその方向を求めたい . モールの応力円を描き , 最大主応力 , 最小主応力 , 最大主応力の方向 , 最大せん断応力を求めよ . (10 点)
2. この部品を , 最大せん断応力説に従って破損する材料で製作するものとする . 安全率 S を 5 とした場合 , せん断強さ τ_B がいくら以上の材料を用いなければならないか . (10 点)

授業に関する感想 , コメントなど