材料力学　試験（2K3 年度 第 2 回）

2003/07/18（金）　得点

No.1　番号　クラス　M1・M2　氏 名

1. 多軸応力状態におけるフックの法則は以下のように与えられる．

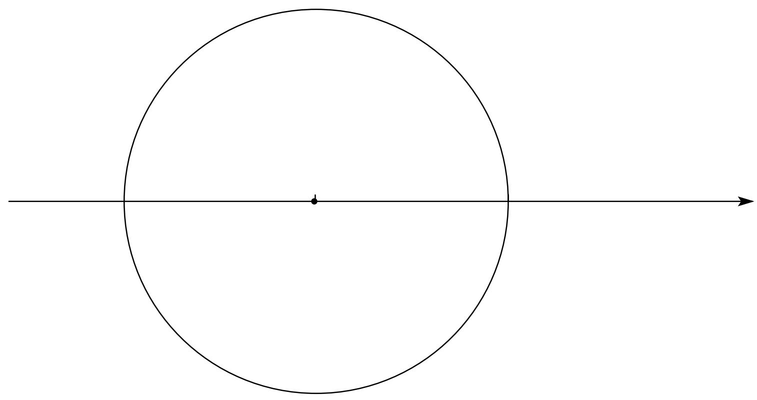
$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \quad , \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad , \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

これより平面応力状態，平面ひずみ状態における応力–ひずみ関係をそれぞれ導け．[20 点]

2. ある部品に，応力 $\sigma_x = 50$ MPa，　$\sigma_y = -30$ MPa，　$\tau_{xy} = 40$ MPa がそれぞれ作用している．

(a) 図に正しく座標軸や目盛り，必要な値などを記入して，モールの応力円を完成させ，最大主応力，最小主応力，最大主応力の方向，最大 せん断応力を求めよ．[30 点]



(b) この部品を，最大せん断応力説に従って破損する材料で製作するものとする．安全率 S を 4 とした場合，引張強さ σ_B がいくら以上の材料を用いなければならないか．[10 点]

No.2　　番号 $\boxed{}$　　クラス　M1・M2　氏 名 $\boxed{}$

3. 以下の文章中の $\boxed{}$ に適切な文字（あるいは文字式）を入れて，文章を完成させよ．[20 点]

垂直応力 σ ，垂直ひずみ ε が働くとき，単位体積あたりに蓄えられるひずみエネルギー $\bar{U}$ は，ヤング率を E として

$$\bar{U} = \frac{1}{2}\boxed{}\cdot\boxed{} = \frac{1}{2}E\boxed{} = \frac{1}{2E}\boxed{}$$

の形で与えられる．

したがって，長さ L ，断面 A のはりの曲げについて，このはりに蓄えられるひずみエネルギー U は

$$U = \int_0^L \int_A \bar{U}\,dA\,dx = \int_0^L \int_A \frac{1}{2E}\boxed{}\,dA\,dx$$

となる．

一方，ある断面 A に働く曲げモーメントを M ，中立面からの距離を y，断面 2 次モーメントを I とすると，応力 σ は

$$\sigma = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\boxed{}$$

と表されるので，

$$U = \int_0^L \int_A \frac{1}{2E}\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\boxed{}\,dA\,dx$$

となる． M， E ， I はある断面では一定値をとるから，この積分は

$$U = \int_0^L \frac{1}{2E}\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\int_A \boxed{}\,dA\,dx$$

と変形できるが，断面 2 次モーメント I は $I = \int_A \boxed{}\,dA$ と定義されるので，上式は

$$U = \int_0^L \frac{1}{2E}\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\,dx$$

となり，曲げにおいて蓄えられるひずみエネルギーを表す式を得る．

カスティリィアーノの定理によれば，荷重点（集中荷重 W）のたわみ δ は，ひずみエネルギーを用いて

$$\delta = \boxed{} = \int_0^L \boxed{}\,dx$$

と表せる．

4. 図のように分布荷重 ω を受ける片持ちはりについて，点 A のたわみをカスティリィアーノの定理を用いて求めよ．ただし，ヤング率を E ，断面二次モーメントを I とする．[20 点]