

演習名	担当教官	実施日	自己評点
光・波動演習		年 月 日	

10. 波動のエネルギーと電磁波のエネルギー

- 1 質量 m の質点にバネ定数 k のバネをつないでつくった調和振動子について以下の問に答えよ。ただし質点の変位を $x(t)$ とする。
- (1) 調和振動子の運動方程式をもとめ、それを解いて変位の一般解 $x(t)$ およびその解に対する速度 $v(t) \equiv dx/dt$ を求めよ。
 - (2) 時刻 t における質点の運動エネルギー $K(t)$ およびポテンシャルエネルギー $U(t)$ を求めよ。また、全エネルギー $E(t) = K(t) + U(t)$ を求めよ。
 - (3) 運動エネルギー $K(t)$ およびポテンシャルエネルギー $U(t)$ の周期平均 \overline{K} および \overline{U} を求めよ。
- 2 張力 T で引っ張った線密度 ρ の弦を伝わる進行波について以下の問に答えよ。
- (1) 進行波を $x(t, z) = A \sin(kz - \omega t)$ とするとき、 $z \sim z + dz$ の間の運動エネルギー $dK(t, z)$ 、ポテンシャルエネルギー $dU(t, z)$ 、全エネルギー $dE(t, z) = dK(t, z) + dU(t, z)$ を求めよ。
 - (2) $z = 0$ において、運動エネルギー $dK(t, 0)$ 、ポテンシャルエネルギー $dU(t, 0)$ 、全エネルギー $dE(t, 0)$ を求めよ。この結果を調和振動子の場合と比較し、共通する点、異なる点を議論せよ。
 - (3) $z = 0$ において、運動エネルギーの周期平均 \overline{dK} 、ポテンシャルエネルギーの周期平均 \overline{dU} 、全エネルギーの周期平均 \overline{dE} を求めよ。
 - (4) 時刻 $t = 0$ において、運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、全エネルギーのそれぞれの空間分布 $dK(0, z)$ 、 $dU(0, z)$ 、 $dE(0, z)$ を求め、外形をグラフに描け。
 - (5) 時 $t = 0$ において、運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、全エネルギーのそれぞれについて波長平均を求めよ。
- 3 $E(t, \mathbf{r}) = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ で与えられる真空中を伝わる電磁波について以下の問に答えよ。
- (1) $E(t, \mathbf{r})$ に対して磁場 $B(t, \mathbf{r})$ を求めよ。また電場と磁場の振幅の大きさの関係を求めよ。
 - (2) 電場および磁場として蓄えられるエネルギー密度（単位体積あたりエネルギー）はそれぞれ、 $U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ 、 $U_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$ で与えられる。（電磁気学 AB）上で求めた結果を用いて、電場によるエネルギー密度 $U_E(t, \mathbf{r})$ 、磁場によるエネルギー密度 $U_B(t, \mathbf{r})$ および電磁波の全エネルギー密度 $U_{EM}(t, \mathbf{r}) = U_E(t, \mathbf{r}) + U_B(t, \mathbf{r})$ を求めよ。
 - (3) 上の電磁波は、光速 c で波数ベクトル k の方向に伝播している。進行方向に対して垂直な面内の単位面積を単位時間に通過するエネルギーの大きさを求めよ。
 - (4) 電磁波の電場 $E(t, \mathbf{r})$ 、磁場 $B(t, \mathbf{r})$ に対して、ポインティングベクトルというベクトル量 S が $S \equiv \frac{1}{\mu_0} E(t, \mathbf{r}) \times B(t, \mathbf{r})$ と定義されている。上で求めた結果をもちいて $S(t, \mathbf{r})$ を計算せよ。
 - (5) $S(t, \mathbf{r})$ の大きさとその向きをしらべ、(3)の結果と比較せよ。