

電気磁気学演習略解

2003/05/28

問題 1) 半径 a の内導体球 1 と内半径 b , 外半径 c の外導体球 2 とからなる同心導体球がある .

1. 導体 1 の電荷 Q , 導体 2 の電荷 0 のときの各導体の電位を求めよ .
2. 導体 1 の電荷 0 , 導体 2 の電荷 Q のときの各導体の電位を求めよ .
3. 導体 1 の電荷 Q_1 , 導体 2 の電荷 Q_2 のときの各導体の電位を求めよ .

1.

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}, \quad V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

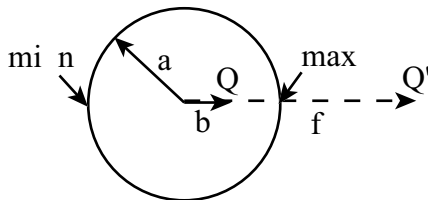
2.

$$V_1 = V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$

3.

$$V_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 c}, \quad V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 c}$$

問題 2) 半径 a の導体球内において , 中心より b なる距離に点電荷 Q を置いたときの電界を求めよ . 導体内面の最大電荷密度および最小電荷密度はいくらか .



中心より距離 $f = \frac{a^2}{b}$ の地点に影像電荷 $Q' = -\frac{a}{b}Q$ をおく .

$$E_{max} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(a-b)^2} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon_0(f-a)^2} = \frac{Q(1 + \frac{b}{a})}{4\pi\epsilon_0(a-b)^2}$$

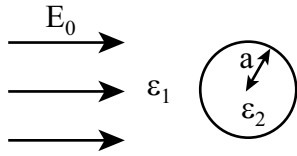
$$\sigma_{max} = \text{div}D = -\epsilon_0 E_{max} = -\frac{Q(1 + \frac{b}{a})}{4\pi(a-b)^2}$$

$$E_{min} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(a+b)^2} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon_0(f+a)^2} = \frac{Q(1 - \frac{b}{a})}{4\pi\epsilon_0(a+b)^2}$$

$$\sigma_{min} = \text{div}D = -\epsilon_0 E_{min} = -\frac{Q(1 - \frac{b}{a})}{4\pi(a+b)^2}$$

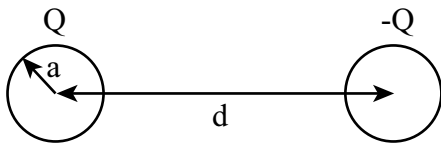
裏へ続く..

問題 3) 一様電界 E_0 が加えられた誘電体 (誘電率 ϵ_1) の中に半径 a , 誘電率 ϵ_2 の球があるのきの誘電体球内の電界分布を求め一様電界 E_0 の大きさと比較せよ。(ただし誘電体球内は平行電界になることが知られている)



教科書 110 ページに同じ

問題 4) 半径 a , 間隔 d の 2 本の導線間に $V[V]$ なる電位差を加えてある (ただし $a \ll d$) . この 2 本の導線間の静電容量および静電力を求めよ .



$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(d-r)}$$

$$V = - \int_{d-a}^a E dr = \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \log \frac{d-a}{a}$$

$$C = \frac{Q}{V} \cong \frac{\pi\epsilon_0}{\log \frac{d}{a}}$$

$$W = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{\pi\epsilon_0}{\log \frac{d}{a}} V^2$$

$$F = \frac{\partial W}{\partial d} = - \frac{1}{2d} \frac{\pi\epsilon_0}{(\log \frac{d}{a})^2} V^2$$